Общее описание методов оптимизации, представленных в ANSYS

В данном документе представлено описание методов оптимизации проектирования и их особенности, реализованные в системе ANSYS 8.0.

Оглавление

Введение **2**

Термины и определения **2**

Описание методов оптимизации **3**

Subproblem Approximation Method 4

First Order Method 6

Random Design Generation 9

Sweep Tool 9

Factorial Tool 10

Gradient Evaluation Tool 10

Single-Loop Analysis Tool 11

Введение

Оптимизирующее проектирование(Design Optimization) – это технология нахождения оптимума проектируемой модели, при котором подразумевается выполнение заданных ограничений и минимизация заданной величины*(например таких, как площадь, вес, напряжения*). Говоря иными словами, оптимизирующее проектирование, это определение на столько эффективной конструкции, на сколько это возможно.

Термины и определения

Design Variables – Список независимых переменных, заданных в определенных пределах, в которых производится поиск оптимального решения проектируемой задачи. В оптимизации может одновременно использоваться до 60 независимых переменных.

State Variables – Список параметров, ограничивающих область определения оптимизируемого проекта. Также, эти параметры называются «зависимыми переменными», т.к. могут непосредвенно выражаться через Design Variables. Эти параметры могут иметь как верхние так и нижние пределы. Кроме того, они могут быть ограничены только с одной стороны, т.е. быть свободными от верхнего либо нижнего предела. В оптимизации может учавствовать до 100 зависимых переменных.

Objective Function – зависимый параметр, подлежащий минимизации. Этот параметр должын быть зависимым от Design Variables (изменение независимого параметра должно вызывать изменение функции минимизации). Во время оптимизации, пользователь может определить только одну объективную функцию. В случае, если пользователю необходимо искать максимум функции F, он должен определить этот параметр как 1/F или A-F.

Feasible Design – расчетная точка, которая удовлетворяет всем указанным ограничениям(как SV так и DV). Если не выполняется условие хотябы одного из ограничений, расчетная точка считается безрезультатной(*infeasible*). Расчетная точка считается наилучшей, если все переменные оптимизации удовлетворяют их заданным условиям, а объективная функция является наименьшей. Если все расчетные точки не являются удовлетворительными, т.е. безрезультатными, то лучшей считается та расчетная точка, параметры которого являются наиболее близкими к удовлетварительным, независимо от величины объективной функции.

Optimization Iteration – Один или более расчетных циклов, результатом которого является формирование отдельного прмежуточного проекта результата оптимизации. Как правило, одна итерация включает в себя один цикл; однако, для метода ***First Order Method*** одна итерация содержит больше чем один расчетный цикл.

Описание методов оптимизации

ANSYS предлагает два метода оптимизации, применительно к широкому диапазону проблем оптимизации. Метод ***subproblem approximation*** - метод нулевого порядка, который может быть эффективно использован в большинстве технических задач. И другой метод - ***First Order Method*** - является более подходящим для проблем, требующих высокую точность.

Во время использования обоих этих методов, ANSYS проводит серию циклов: РАСЧЕТ-ОЦЕНКА-МОДИФИКАЦИЯ. Т.е. после проведения очередного расчета, ANSYS оценивает полученные параметры в соответствии с наложенными на них требованиями, проводит модификацию управляющих параметров и повторяет цикл. Этот цикл повторяется, пока не выполнятся указанные критерии завершения сходимости расчета.

В дополнение к двум описанным методам оптимизации, ANSYS предоставляет дополнительные средства, которые могут быть использованы для увеличения эффективности использования оптимизации. Например может быть выполнена серия расчетов со случайными величинами оптимизируемых параметров, лучший результат из которых может быть поставлен отправной точкой для метода оптимизации представленных выше.

Subproblem Approximation Method

Этот метод является методом нулевого порядка, который использует только линейные комбинации зависимых параметров и не использует их производных. Метод основан на двух концепциях:

- Аппроксимации функции цели и ограничивающих параметров;
- Преобразование «закрепленной» проблемы оптимизации к незакрепленную.

В этом методе, ANSYS устанавливает гладкую(*без изломов*) связь между объективной функцией и оптимизируемыми параметрами. Это выполняется на этапе вычисления значений объективной функции в зависимости от нескольких комбинаций оптимизируемых параметров, используя метод наименьших квадратов. Результирующая кривая(*или гиперповерхность*) называется аппроксимирующей. Каждый цикл оптимизации генерирует новую расчетную точку, и обновляет аппроксимирующую функцию. Именно эта аппроксимирующая кривая(*или гиперповерхность*) и подвергается минимизации вместо фактической объективной функции.

Ограничивающие параметры(*State Variables*) подвергаются аналогичной процедуре аппроксимации, и обновляются после каждого нового цикла.

Ограничивающие параметры, а также пределы варирования оптимизируемых параметров представляют оптимизируемую модель как «закрепленную». ANSYS автоматически преобразовывает такую модель в «незакрепленную», т.к. в таком случае использование методов оптимизации является более эффективным. Такое преобразование заключается в накладывании «штрафов» на аппроксимирующее представление объективной функции, чтобы таким образом представить ограничения.

В конце каждого цикла, выполняется проверка на сходимость процесса. Проект считается сошедшимся, если текущий и предыдущий, или наилучший выполненный расчет удовлетворяет хотябы одному из следующих условий:

- Разность величины объективной функции в текущем цикле и лучшим значением оказывается меньше допуска, на вычисление объективной функции;
- Разность величины объективной функции между двумя последними расчетами оказывается меньше допуска, на объективную функцию.
- Разность всех варируемых параметров между текущим расчетом и лучшим выполненным проектом составляет менее значений их соответствующих допусков.
- Разность всех варируемых параметров между двумя последними шагами оптимизации составляет менее значений их соответствующих допусков.

Заввершение расчета не означает отыскание глобального минимума функции, а говорит лиш о том, что выполнилось одно из перечисленных выше условий. По этому, решение о факте завершения поиска глобального минимума возлагается на пользователя, который при необходимости может использовать дополнительные средства оптимизации.

Поскольку метод ***Subproblem Approximation*** использует аппроксимацию объективной функции и ограничивающих параметров, результирующий оптимум

проектирования будет на столько же хорош, на сколько хорошо будет создана аппроксимирующая функция.

По этому, перед проведением оптимизации методом ***Subproblem Approximation***, первоначально проводят генерацию расчетных точек методом случайного поиска (*Random Design*), после которого создаются аппроксимирующие функции объективной функции и ограничивающих параметров. Т.к. в этом случае будет использоваться случайный поиск, то сходимость может оказаться достаточно медленной, и по этому, для ускорения сходимости следует исключить безрезультатные(*infeasible*) точки.

Кроме исключения безрезультатных точек, пользователь может использовать многократные добовления необходимых стартовых расчетных точек посредством одноциклового расчета(*Single Loop)*. Но, с другой стороны, множество расчетных точек могут «сгруппироваться» вместе, и спровацировать оптимизатор следовать определенной дорожке, таким образом пропуская потенциально хорошие проекты.

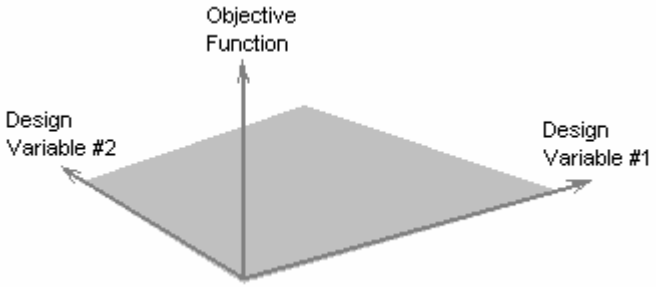
Если в результате оптимизации генерируется слишком много «безрезультатных» точек(*что после некоторого их предела прерывает оптимизацию*), то это может означать, что аппроксимирующие функции ограничивающих параметров не адекватно представляют их фактические функции.

В этом случае, пользователь может воспользоваться следующими рекомендациями:

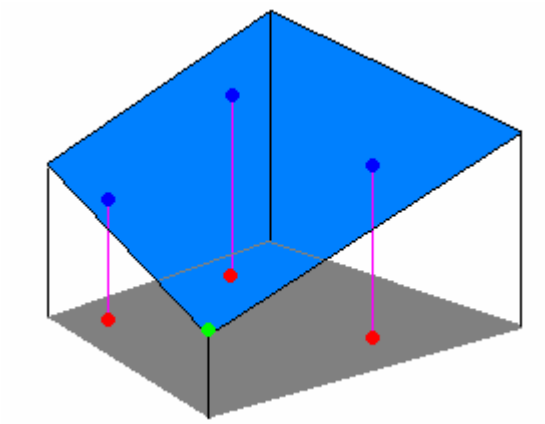
- Увеличить допустимое количество «безрезультатных» точек, и повторить расчет.
- Оставить переодически-лучшие расчетные точки из серии результатов расчета, чтобы спровацировать лучшую аппроксимацию.
- Выбрать загрубленную аппроксимацию ограничивающих функций.

Графическое представление:

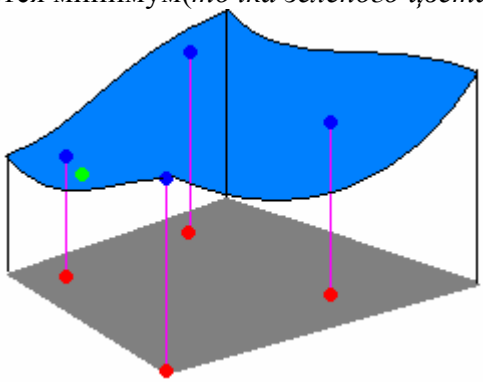
1. Задана область определения объективной функции по двум варируемым параметрам.



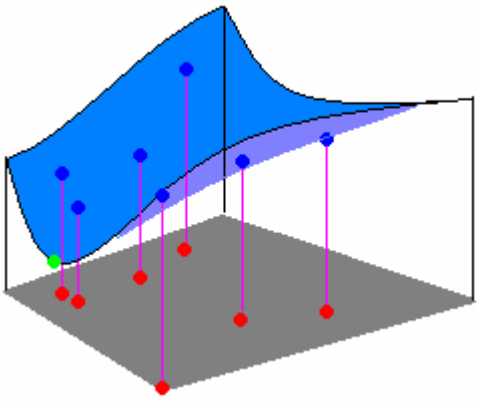
2. До запуска оптимизации методом ***Subproblem Approximation*** предполагается, что уже было создано 3 результативных (*Feasible*) расчета оптимизации, например методом ***Random Design Generation***. По полученным трем значениям объективной функции, строится аппроксимирующая поверхность(*на рисунке ниже она обозначена синим цветом*), после чего оптимизатор отыскивает минимум в созданной аппроксимирующей функции, которая обозначена на рисунке точкой зеленого цвета.



3. После этого, оптимизатор рассчитывает модель и находит фактическое значение объективной функции в этой точке, определяя тем самым новую расчетную точку и аппроксимирующую поверхность. В этой поверхности опять отыскивается минимум(*точка зеленого цвета*)



4. В найденной точке опять рассчитывается фактическое значение объективной функции, и так, пока не выполнится одно из условий схождения процесса поиска, либо не исчерпаются заданное количество итераций.



First Order Method

Как и метод **Subproblem Approximation Method**, метод **First Order Method** преобразовывает «закрепленную» проблемму оптимизации в «незакрепленную» добавляя функции «штрафа» к объективной функции. Однако, в отличие от метода **Subproblem Approximation Method**, фактическое конечно-элементное представление не аппроксимируется.

Метод использует градиенты(*изменние величины в направлении ее наискорейшего изменения*) зависимых переменных относительно варируемых параметров. На каждой итерации вычисляется градиенты(*методом наискорейшего спуска или сопряженным методом*) и определяется стратегия поиска минимума «незакрепленной» задачи.

Таким образом, каждая итерация состоит из множества подциклов, которые включают поиск направления и вычисления градиента. Именно поэтому одна итерация оптимизации для этого метода выполняет несколько циклов анализа.

Итерации поиска оптимума продолжаются, пока не будет достигнута сходимость или не произойдет прерывание процесса. Проект считается сошедшимся, если текущий и предыдущий, или наилучший выполненный расчет удовлетворяет хотябы одному из следующих условий:

- Разность величины объективной функции в текущем цикле и лучшим значением оказывается меньше допуска, на вычисление объективной функции;
- Разность величины объективной функции между двумя последними расчетами оказывается меньше допуска, на объективную функцию.

Кроме этого, последняя итерация должна представлять самый крутой спуск, иначе итерации продолжаются.

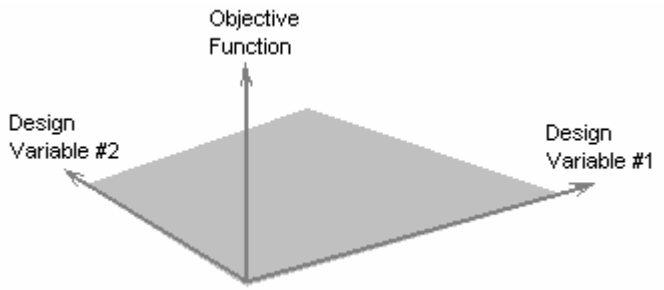
Задача оптимизации может прерваться также когда и сходимость еще не была достигнута. Это произойдет, если количество итераций превысит установленное значение.

По сравнениею с методом **Subproblem Approximation Method** метод **First Order Method** является более точным. Однако, высокая точность не всегда гарантирует наилучшее решение. Ниже представлен ряд полезных рекомендаций.

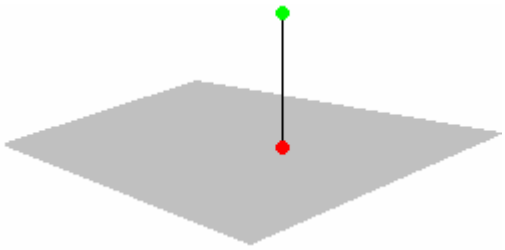
- Если результат сошелся в «безрезультатную»(*infeasible*) точку. Вероятнее всего, оптимизация нашла локальный минимум, где область определения объективной функции определена ограничивающими параметрами(*State Variables*) как недопустимая. Если это произошло, возможно, следует выполнить оптимизацию методом **Subproblem Approximation Method**, который является более подходящим методом для анализа всей области определения объективной функции. Также, пользователь может выполнить оптимизацию методом случайного поиска(*Random Design*), чтобы определить расположение допустимой(*feasible*) расчетной точки, и вернуться к методу **First Order Method**, используя эту точку как стартовую.
- Если допуск на объективную функцию слишком мал, это может вызвать выполнение значительного количества итераций. Поскольку этот метод оптимизации решает фактическую конечно-элементную задачу(*а не аппроксимацию*), то это может потребовать большое количество времени, но и достоверно соответственно заданной точности.

Графическое представление:

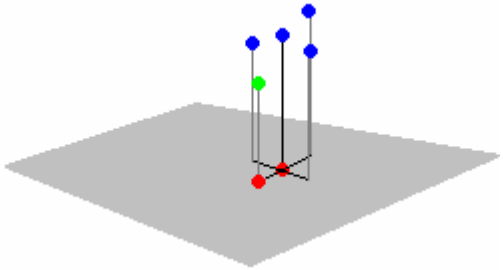
1 Пусть дана область определения объективной функции по двум варируемым параметрам.



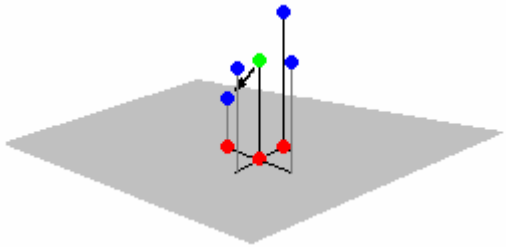
2 До запуска оптимизации методом ***First Order Method*** предполагается, что уже существовала расчетная точка, определенная в области глобального минимума. Этой точкой может быть лучший результат случайного поиска(***Random Generation***), или точка непосредственно заданная пользователем(***Single Run***), либо получена каким-либо другим методом оптимизации, представленных в ANSYS.



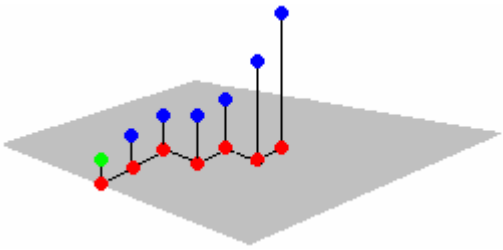
3 Оптимизатор проводит серию расчетов в окресности последней точки, и ищет такую точку, величина объективной функции которой является минимальной.



4 Далее, найденная точка принимается как результирующая расчетная точка, и становится отправной точкой для следующей итерации.



5 Итерации продолжаются, пока не выполнится одно из условий сходимости процесса, либо не исчерпается заданное предельное число итераций.

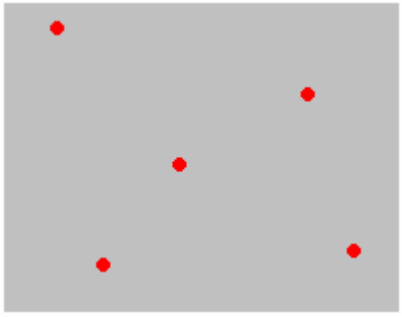


Random Design Generation

В этом случае, солвер выполняет заданное число итераций со случайными значениями варируемых праметров в каждом цикле. Кроме этого, пользователь может определить число удовлетворительных(*feasible*) результатов, по достижению которого оптимизатор прекратит циклы итераций, даже если заданное общее число итераций еще не было достигнуто.

Этот метод часто используется перед оптимизацией методом **Subproblem Approximation Method**, а также используется для получения представления о характере объективной функции в области ее определения.

Ниже на рисунке представлена графическая интерпретация получения расчетных точек в области определения объективной функции для случая зависимости ее от двух параметров(*представленных соответственно по оси X и Y*). По назначенному количеству итераций(*для рисунка это 5*), оптимизатор создает расчетные точки, расположенные случайным образом в области определения объективной функции.



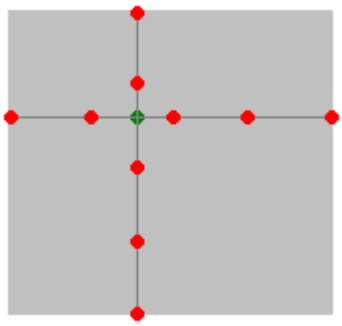
Sweep Tool

Этот инструмент используется для выполнения глобальной «зачистки».

В действительности, генерируется N*NSPS расчетных точек, где N-число варируемых параметров, а NSPS-число расчетных точек, назначенное для «зачистки».

Для каждого варируемого параметра, диапазон варирования разделяется на `NSPS-1` равных участков и выполняется NSPS циклов. В каждой итерации, рассматриваемый параметр увеличивается на величину своего постоянного шага, в то время, как остальные параметры являются зафиксированными.

На рисунке ниже представлен план проведения расчетов описываемого метода. На примере двух оптимизируемых параметров(*соответственно по оси X и Y*) показано расположение расчетных точек, проводимых для этого метода поиска оптимума(*точки красного цвета*). Зеленым цветом обозначена лучшая расчетная точка предшествующей оптимизации. Количество расчетов, назначенных для «зачистки» равно 5 (NSPS=5). Т.о. для двух варируемых параметров(N=2) количество выполняемых расчетов будет 2*5=10.



Как видно из рисунка, по каждому варируемому параметру, область разделяется на равное количество одинаковых по длине(*для каждого параметра, в зависимости от длины его области определения*) отрезков.

Factorial Tool

Этот метод имеет второе название – «метод планирование эксперемента», но использует технику только линейной аппроксимации объективной функции, что определяет набор результатов только в экстремальных точках(*или углах*) области определения функции. Эта технология, где в основании степенной функции количества расчетных точек стоит 2 предполагает наличие 2-х экстремумов варируемого параметра в области своего определения.

Пользователь имеет возможность провести полную или частичную оценку(*полнофакторный или дробнофакторный эксперемент*). Для полной оценки, программа исполняет *2n* итераций, где *n* – число переменных проекта. 1/2 дробная оценка выполнит *2n/2* итераций; 1/4 дробная оценка выполнит *2n/4* итераций; и т.д.

Ниже на рисунке предстлен план поиска оптимума методом планирования полнофактороного эксперимента, реализованном в ANSYS, на примере для двух оптимизируемых параметров. Количество расчетных точек соответствует зависимости 2^N (*N - количество варируемых параметров*) и равно 2^2 =4.

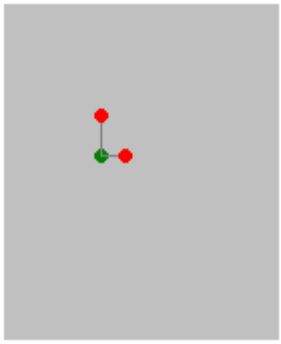
Как видно из рисунка, расчетные точки представляют собой комбинации предельных значений варируемых параметров в своих областях определений.

Gradient Evaluation Tool

Этот инструмент вычисляет градиент в расчетной точке проекта. Результаты градиента могут быть полезны для изучения характера объективной функции или ограничивающих параметров.

Число циклов, выполняемых этим инуструментом равно числу варируемых параметров.

На рисунке ниже представлена графическая интерпретация поиска оптимума для случая двух оптимизируемых параметров(*соответственно по оси X и Y*). Отталкиваясь от лучшей точки предшествующей оптимизации(*зеленая точка на рисунке*), оптимизатор создает дополнительные расчетные точки(*красные точки*), получаемые отклонением от лучшей точки на 0.5% от длины области определения каждого соответствующего параметра.



Single-Loop Analysis Tool

Это - очень простой инструмент и используется для выполнения расчета только в одной расчетной точке. Эта возможность может быть необходимой при вычислении величин ограничивающих праметров(*State Variables*) или объективной функции. Все переменные проекта должны быть определены пользователем. При использовании этого инструмента, солвер выполняет единственную итерацию, эквивалентную одному полному конечно-элементному расчету.